**Критерии оценивания, задания и ответы МЭ ВсОШ**

**по математике**

**2024-2025 учебный год**

**7 класс**

1. В некотором месяце три воскресенья пришлись на четные даты. Какой день недели был 20 числа этого месяца.

**Решение**

Если одно из воскресений приходится на четную дату, то второе обязательно – на нечетную, поэтому всего воскресений в этом месяце пять. Значит первое должно наступить как можно раньше, т.е. 2 числа этого месяца. Значит 20 число – это четверг.

**Критерий оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует объяснение (например, дни месяца и даты) и получен верный ответ  – 7 баллов.

1. Он одноцветный: красный, синий или желтый. Если он красный или синий, то он круглый. Если он синий или желтый, то он не круглый. Если они не круглый, то он не желтый. Какой он (по цвету и форме)?

**Решение**

*1 способ*

Перечислим все комбинации цвета и формы:

1. красный и круглый,
2. синий и круглый,
3. желтый и круглый,
4. красный и не круглый,
5. синий и не круглый,
6. желтый и не круглый.

По условиям задачи исключаем невозможные комбинации.

Условие «Если он красный или синий, то он круглый» исключает комбинации 4 и 5.

Условие «Если он синий или желтый, то он не круглый» исключает комбинации 2 и 3.

Условие «Если он не круглый, то он не желтый» исключает комбинацию 6.

Таким образом остается только комбинация 1. Значит, он красный и круглый.

*2 способ (по правилам логического вывода)*

1. Условие "Если он красный или синий, то он круглый" можно переформулировать так: "Если он не желтый, то он круглый".

2. Из условий "Если он не круглый, то он не желтый" и "Если он не желтый, то он круглый" следует, что "Если он не круглый, то он круглый".

3. Из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что не круглым он быть не может, значит, он точно круглый.

4. Условие "Если он синий или желтый, то он не круглый" можно переформулировать так: "Если он не красный, то он не круглый".

5. Условие "Если он не красный, то он не круглый" равносильно условию "Если он круглый, то он красный".

6. Имеем два условия "Он круглый" (пункт 3) и "Если он круглый, то он красный"(пункт 5). Значит, он круглый и красный".

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует правильная трактовка хотя бы одного условия, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

Если ***решение задачи выполнено по правилам логического вывода, то критерии следующие****:*

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует хотя бы один верный логический вывод, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

**Комментарий.** Примеры типичного *неверного* логического вывода: 1) из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что он не круглый или следует что условия противоречивы; 2) неверно указано условие, равносильное условию "Если он не красный, то он не круглый".

1. Могут ли при каком-нибудь натуральном значении $n$ значения выражений $n+4$ и $3n+11$ одновременно быть простыми числами?

**Решение**

Разность $3n+11-n-4=2n+7$ при любом натуральном значении $n$ принимает нечетное значение. Разность двух простых чисел нечетна тогда и только тогда, когда одно из них равно двум. Однако, ни при каких натуральных $n$ ни $n+4$, ни $3n+11$ двум не равно. Поэтому ответ: не могут.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Ошибка в том, какие числа называются простыми (например, указали, что 1 – простое число) – 0 баллов.

В решении не рассмотрен случай с простым числом 2, в остальном решение верное и полное – 1 балл.

Верный ответ с полным обоснованием – 7 баллов.

**Комментарий**

Задача имеет другие решения. Например, можно рассмотреть два случая: 1) $n$ четное, 2) $n$ нечетное. Критерии оценивания остаются при этом прежними.

1. Петя и Вася решают задачи. Сначала Вася решает задачи по алгебре, а Петя – по геометрии, в какой-то момент времени они меняются. Известно, что Вася решает задачи в два раза быстрее, чем Петя. Также известно, что задач по алгебре они решили поровну. Сколько задач по геометрии решил каждый мальчик, если всего по геометрии было решено 20 задач?

**Решение**

*1 способ.* Так как по алгебре решено одинаковое количество задач, а скорости решения отличаются в два раза, значит время, которое было потрачено на решение задач отличается в два раза. Поэтому, учитывая, что скорость Васи в два раза больше, чем скорость Пети, получаем, что Вася по геометрии решил в четыре раза больше задач, чем Петя. Таким образом, Петя решил четыре задачи, а Вася -16 задач.

*2 способ*. Пусть Петя и Вася решили по *x* задач по алгебре. Тогда Петя по геометрии решил в 2 раза меньше, то есть $x/2$ задач, а Вася по геометрии, наоборот, в 2 раза больше, то есть $2x$ задач. Всего по геометрии мальчики решили 20 задач, то есть $x/2+2x=20$, откуда $х=8$. Значит, Вася решил 16 задач, а Петя – 4 задачи.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Решение отличается от авторского, но полностью обосновано – 7 баллов.

Решение в целом верное, но есть неточности в рассуждениях – 5-6 баллов.

1. 10 рыбаков вернулись с рыбалки. Известно, что каждый из них вернулся с уловом, причем никакие два рыбака не поймали одно и то же число рыб. Любые пять из этих рыбаков поймали не меньше 20 рыб. Какое наименьшее число рыб могли поймать все 10 рыбаков?

**Решение**

Расположим игроков по возрастанию улова, при учете, что общее количество рыб должно получиться наименьшим. Тогда, поскольку первые в данной последовательности пять рыбаков поймали не меньше 20 рыб, то шестой в данной последовательности рыбак поймал не меньше 7 рыб. Иначе первые пять рыбаков поймали 5+4+3+2+1=15 рыб, что меньше 20. При том, что шестой рыбак поймал 7 рыб, то первые пять могли поймать, например, 6+5+4+3+2=20 рыб, то есть для первых пяти рыбаков условие «поймать не меньше 20 рыб» выполняется.

Значит, все 10 игроков поймали не меньше 20+7+8+9+10+11=65 рыб.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении рыбаки выстроены в последовательность по возрастанию улова и приведены примеры: первые пять игроков поймали 1+2+3+4+5=15 рыб, или 2+3+4+5+6=20 рыб или другие суммы с возрастанием слагаемых – 2 балла.

Сделан обоснованный вывод о том, что шестой рыбак в последовательности поймал не меньше 7 рыб – 5 баллов.

Приведено верное и полное решение – 7 баллов.

**8класс**

1. Он одноцветный: красный, синий или желтый. Если он красный или синий, то он круглый. Если он синий или желтый, то он не круглый. Если они не круглый, то он не желтый. Какой он (по цвету и форме)?

**Решение**

*1 способ*

Перечислим все комбинации цвета и формы:

1. красный и круглый,
2. синий и круглый,
3. желтый и круглый,
4. красный и не круглый,
5. синий и не круглый,
6. желтый и не круглый.

По условиям задачи исключаем невозможные комбинации.

Условие «Если он красный или синий, то он круглый» исключает комбинации 4 и 5.

Условие «Если он синий или желтый, то он не круглый» исключает комбинации 2 и 3.

Условие «Если он не круглый, то он не желтый» исключает комбинацию 6.

Таким образом остается только комбинация 1. Значит, он красный и круглый.

*2 способ (по правилам логического вывода)*

1. Условие "Если он красный или синий, то он круглый" можно переформулировать так: "Если он не желтый, то он круглый".

2. Из условий "Если он не круглый, то он не желтый" и "Если он не желтый, то он круглый" следует, что "Если он не круглый, то он круглый".

3. Из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что не круглым он быть не может, значит, он точно круглый.

4. Условие "Если он синий или желтый, то он не круглый" можно переформулировать так: "Если он не красный, то он не круглый".

5. Условие "Если он не красный, то он не круглый" равносильно условию "Если он круглый, то он красный".

6. Имеем два условия "Он круглый" (пункт 3) и "Если он круглый, то он красный"(пункт 5). Значит, он круглый и красный".

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует правильная трактовка хотя бы одного условия, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

Если ***решение задачи выполнено по правилам логического вывода, то критерии следующие****:*

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует хотя бы один верный логический вывод, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

**Комментарий.** Примеры типичного *неверного* логического вывода: 1) из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что он не круглый или следует что условия противоречивы; 2) неверно указано условие, равносильное условию "Если он не красный, то он не круглый".

1. Могут ли при каком-нибудь натуральном значении $n$ значения выражений $n+4$ и $3n+11$ одновременно быть простыми числами?

**Решение**

Разность $3n+11-n-4=2n+7$ при любом натуральном значении $n$ принимает нечетное значение. Разность двух простых чисел нечетна тогда и только тогда, когда одно из них равно двум. Однако, ни при каких натуральных $n$ ни $n+4$, ни $3n+11$ двум не равно. Поэтому ответ: не могут.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Ошибка в том, какие числа называются простыми (например, указали, что 1 – простое число) – 0 баллов.

В решении не рассмотрен случай с простым числом 2, в остальном решение верное и полное – 1 балл.

Верный ответ с полным обоснованием – 7 баллов.

**Комментарий**

Задача имеет другие решения. Например, можно рассмотреть два случая: 1) $n$ четное, 2) $n$ нечетное. Критерии оценивания остаются при этом прежними.

1. 10 рыбаков вернулись с рыбалки. Известно, что каждый из них вернулся с уловом, причем никакие два рыбака не поймали одно и то же число рыб. Любые пять из этих рыбаков поймали не меньше 20 рыб. Какое наименьшее число рыб могли поймать все 10 рыбаков?

**Решение**

Расположим игроков по возрастанию улова, при учете, что общее количество рыб должно получиться наименьшим. Тогда, поскольку первые в данной последовательности пять рыбаков поймали не меньше 20 рыб, то шестой в данной последовательности рыбак поймал не меньше 7 рыб. Иначе первые пять рыбаков поймали 5+4+3+2+1=15 рыб, что меньше 20. При том, что шестой рыбак поймал 7 рыб, то первые пять могли поймать, например, 6+5+4+3+2=20 рыб, то есть для первых пяти рыбаков условие «поймать не меньше 20 рыб» выполняется.

Значит, все 10 игроков поймали не меньше 20+7+8+9+10+11=65 рыб.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении рыбаки выстроены в последовательность по возрастанию улова и приведены примеры: первые пять игроков поймали 1+2+3+4+5=15 рыб, или 2+3+4+5+6=20 рыб или другие суммы с возрастанием слагаемых – 2 балла.

Сделан обоснованный вывод о том, что шестой рыбак в последовательности поймал не меньше 7 рыб – 5 баллов.

Приведено верное и полное решение – 7 баллов.

1. Имеется 3 кучки камней: в каждой кучке по 6 камней. Играют Маша и Ваня. Ходы делают по очереди. Первый ход делает Ваня. За один ход разрешается взять по камню из любых двух кучек. Как только будет получено после очередного хода одного из игроков по 1 камню в каждой из трех кучек, выигрыш засчитывается Ване. Может ли Ваня выиграть в этой игре?

**Решение**

Ваня не может выиграть в этой игре.

За каждый ход общее количество камней уменьшается на 2. Поскольку в начале камней 18, то их общее количество всегда будет четным. Значит, получить три кучки по одному камню нельзя.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Замечено, что общее количество камней с каждым ходом уменьшается на 2, но дальнейшего продвижения в задаче нет – 3 балла.

Верное и полное решение – 7 баллов.

**Комментарий.**

Если в решении осуществлен полный перебор возможных ходов Вани и Маши и сделан верный вывод, то решение оценивается в 7 баллов.

1. Пусть *x* – натуральное число и *n1, n2,…..,nk*  – все его различные делители. Решите уравнение *n1+n2+…..+nk=x+4*.

**Решение**

Любое число делится на 1 и на самого себя, поэтому сумма делителей числа *x* равна *х+1+у.* Учитывая исходное уравнение, получаем, что *y=3*. Число 3 представить в виде суммы натуральных слагаемых можно только со слагаемым 1, но такой делитель уже использован, значит, число 3 само является делителем *x*. Значит, число *х* имеет ровно три различных делителя 1, 3 и *x*, откуда *х=9,* и это единственное решение.

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

Если ответ найден подбором, есть поверка найденного корня, но нет обоснования, что корень единственный - 2 балла.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях, имеются неточности в рассуждениях и нет обоснования, что число *х* не имеет других делителей, кроме 1, 3 и *х* – 4-5 баллов.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях с полным обоснованием, но имеются неточности в рассуждениях и – 6-7 баллов.

**9 класс**

1. Пусть *x* – натуральное число и *n1, n2,…..,nk*  – все его различные делители. Решите уравнение *n1+n2+…..+nk=x+4*.

**Решение**

Любое число делится на 1 и на самого себя, поэтому сумма делителей числа *x* равна *х+1+у.* Учитывая исходное уравнение, получаем, что *y=3*. Число 3 представить в виде суммы натуральных слагаемых можно только со слагаемым 1, но такой делитель уже использован, значит, число 3 само является делителем *x*. Значит, число *х* имеет ровно три различных делителя 1, 3 и *x*, откуда *х=9,* и это единственное решение.

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

Если ответ найден подбором, есть поверка найденного корня, но нет обоснования, что корень единственный - 2 балла.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях, имеются неточности в рассуждениях и нет обоснования, что число *х* не имеет других делителей, кроме 1, 3 и *х* – 4-5 баллов.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях с полным обоснованием, но имеются неточности в рассуждениях и – 6-7 баллов.

1. Каждое утро буднего дня в одно и то же время прокурора Иванова от дома забирал служебный автомобиль и отвозил на работу. Однажды прокурор Иванов вышел из дома на работу на час и пятнадцать минут раньше обычного и пошел пешком на работу по обычному маршруту. По дороге его подобрал служебный автомобиль и привез на работу на 10 минут раньше обычного. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости прокурора Иванова?

**Решение**

Рассмотрим движение каждого объекта в отдельности.

Прокурор был в пути на 75-10=65 минут больше обычного за счет того, что некоторый отрезок пути он прошел пешком.

Автомобиль был в пути на 10 минут меньше обычного, так как этот отрезок пути он дважды не проезжал. То есть автомобиль проезжает этот отрезок за 5 минут.

Значит, прокурор проходит этот отрезок за 65+5=70 минут.

Поэтому скорость автомобиля в 70:5=14 раз больше скорости прокурора Иванова.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Решение с ошибкой, заключающаяся в том, что за 65 минут приняли время, за которое прокурор прошел отрезок пути от дома до места, где его подхватил автомобиль, при верном остальном рассуждении – 2 балла.

Полное и верное решение задачи – 7 баллов.

1. Имеется четыре кучки камней: в трех кучках по 20 камней, а в четвертой – 30 камней. Играют двое. Ходы делают по очереди. За один ход игрок может взять любое количество камней из любой кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Как играть, чтобы выиграть?

**Решение**

Выигрывает первый игрок.

Выигрышная стратегия состоит в уравнивании камней в кучках.

Первый игрок первым своим ходом забирает 10 камней из кучки, в которой 30 камней.

Первый игрок мысленно объединяет кучки в пары: в кучках первой пары по 20 камней, в кучках второй пары – по 20 камней.

Второй игрок каждым своим ходом вынужден нарушать равенство в одной из пар. Первый игрок, следующим своим ходом, это равенство восстанавливает.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Только верный ответ и приведен пример игры – 0 баллов.

Записана идея об уравнивании камней в кучках, но дальнейшего продвижения нет – 2 балла.

Полное и обоснованное решение – 7 баллов.

1. Найдите значение старшего коэффициента квадратного уравнения $ax^{2}+bx+c=0,$ при котором его дискриминант равен 23.

**Решение**

$$D=b^{2}-4ac=23, b^{2}-1=2\left(2ac+11\right), \left(b-1\right)\left(b+1\right)= 2\left(2ac+11\right). $$

В левой части равенства записано произведение чисел одинаковой четности, они оба четные, так как равны четному числу. Тогда их произведение должно быть кратно 4, а правая часть равенства кратна 2, но не кратна 4, значит такого уравнения не существует.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Выполнены преобразования дискриминанта, позволяющие сделать нужную оценку, но оценки нет или она выполнена неверно– 4 балла.

Выполнены преобразования дискриминанта, позволяющие сделать нужную оценку, оценка выполнена, но имеются неточности в рассуждениях 5-6 баллов.

Все необходимые рассуждения выполнены правильно и получен верный ответ – 7 баллов.

1. Треугольник АВС вписан в окружность. Найти угол между биссектрисой внешнего угла треугольника при вершине А и стороной АВ, если угол между стороной АВ и хордой, которая соединяет середины дуг, стягиваемых сторонами АВ и АС исходного треугольника равен 50°.

**Решение** ПустьMN – хорда, которая соединяет середины дуг, стягиваемых сторонами АВ и АС. Проведем АА1 – биссектрису внешнего угла треугольника при вершине А. Угол между хордами АВ и MN равен половине суммы градусных мер дуг ВМ и АN. Градусная мера дуги ВМ равна градусной мере угла С треугольника АВС. Аналогично градусная мера дуги АN равна градусной мере угла В треугольника АВС. Следовательно, угол между хордами АВ и MN равен половине суммы углов при вершинах С и В треугольника АВС, т.е. половине внешнего угла А треугольника АВС.

Ответ: 50°

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

Искомый угол выражен через углы треугольника - 1 балл.

Угол между хордами АВ и MN выражен через дуги ВМ и АN – 3 балла.

Полученные баллы суммируются.

Все необходимые рассуждения выполнены правильно и получен верный ответ, но имеются неточности в обосновании отдельных выводов - 5-6 баллов.

Все необходимые рассуждения и обоснования выполнены правильно и получен верный ответ – 7 баллов.

1. **класс**
2. Пусть натуральное число *x* делится на числа *n1, n2,…..,nk* (различные). Решите уравнение *n1+n2+…..+nk=x+7*.

**Решение**

Любое число делится на 1 и на самого себя, поэтому сумма делителей числа *x* равна *х+1+у.* Учитывая исходное уравнение, получаем, что *y=6*. 6=1+5, 6=2+4, 6=3+3, 6=1+2+3. Условию удовлетворяет только 6=2+4. Значит число *х* имеет ровно четыре делителя и *х=*8, и это единственное решение.

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

Если ответ найден подбором, есть поверка найденного корня, но нет обоснования, что корень единственный - 2 балла.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях, имеются неточности в рассуждениях и нет обоснования, что число *х* не имеет других делителей, кроме 1, 2, 4 и *х* – 4-5 баллов.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях с полным обоснованием, но имеются неточности в рассуждениях и – 6-7 баллов.

1. Каждое утро буднего дня в одно и то же время прокурора Иванова от дома забирал служебный автомобиль и отвозил на работу. Однажды прокурор Иванов вышел из дома на работу на час и пятнадцать минут раньше обычного и пошел пешком на работу по обычному маршруту. По дороге его подобрал служебный автомобиль и привез на работу на 10 минут раньше обычного. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости прокурора Иванова?

**Решение**

Рассмотрим движение каждого объекта в отдельности.

Прокурор был в пути на 75-10=65 минут больше обычного за счет того, что некоторый отрезок пути он прошел пешком.

Автомобиль был в пути на 10 минут меньше обычного, так как этот отрезок пути он дважды не проезжал. То есть автомобиль проезжает этот отрезок за 5 минут.

Значит, прокурор проходит этот отрезок за 65+5=70 минут.

Поэтому скорость автомобиля в 70:5=14 раз больше скорости прокурора Иванова.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Ошибка, заключающаяся в том, что за 65 минут приняли время, за которое прокурор прошел отрезок пути от дома до места, где его подхватил автомобиль, при верном остальном решении – 2 балла.

Полное и верное решение задачи – 7 баллов.

1. Числовая последовательность задана следующей формулой

$a\_{1}=0, a\_{n+1}=\left\{\begin{array}{c}2a\_{n}, если n-четное.\\a\_{n}+2, если n-нечетное.\end{array}\right.$

Найдите $a\_{2025}$.

**Решение**

*1 способ.* $a\_{1}=0, a\_{2}=2,a\_{3}=4, a\_{4}=6, a\_{5}=12, a\_{6}=14, a\_{7}=28 и т. д.$

Элементы, имеющие нечетный номер можно задать формулой $2^{m}-4$, где m=2, 3, 4, 5…..

Значит элементу $a\_{2025}$ будет соответствовать номер m=1014.

 Ответ:$ 2^{1014}-4$.

*2 способ*. Выразим нечетные члены последовательности через $a\_{1}.$

$$a\_{3}=(a\_{1}+2)\*2=2^{2}, $$

$$a\_{5}=\left(a\_{3}+2\right)\*2=2^{3}+2^{2},$$

$$a\_{7}=\left(a\_{5}+2\right)\*2=2^{4}+2^{3}+2^{2},$$

$$a\_{9}=\left(a\_{7}+2\right)\*2=2^{5}+2^{4}+2^{3}+2^{2},$$

…

$a\_{n}=2^{\frac{n+1}{2}}+2^{\frac{n+1}{2}-1}+…+2^{3}+2^{2},$ где *n* – нечетное.

Значит, $a\_{2025}=2^{1013}+2^{1012}+…+2^{3}+2^{2},$

что является суммой 1012 членов геометрической прогрессии с первым членом 4 и знаменателем 2, т.е. $a\_{2025}=2^{1014}-4$.

Ответ:$ 2^{1014}-4$.

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

При решении 1 способом: получена формула $2^{m}-4$ - 4 балла;

установлена связь между номерами элементов последовательности и *m* (или получена формула *n*-го члена последовательности) – 5 баллов.

При решении 2 способом получена формула $a\_{2025}=2^{1013}+2^{1012}+…+2^{3}+2^{2}$ без дальнейших продвижений – 4 балла

Ответ отличается от верного из-за арифметической ошибки– 6 баллов.

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.$ $

1. Найдите значение старшего коэффициента квадратного уравнения $ax^{2}+bx+c=0,$ при котором его дискриминант равен 23.

**Решение**

$$D=b^{2}-4ac=23, b^{2}-1=2\left(2ac+11\right), \left(b-1\right)\left(b+1\right)= 2\left(2ac+11\right). $$

В левой части равенства записано произведение чисел одинаковой четности, они оба четные, так как равны четному числу. Тогда их произведение должно быть кратно 4, а правая часть равенства кратна 2, но не кратна 4. Значение а, удовлетворяющее условию задачи при условии определенных b и с, считается верным.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Выполнены преобразования дискриминанта, позволяющие сделать нужную оценку, но оценки нет или она выполнена неверно– 4 балла.

Выполнены преобразования дискриминанта, позволяющие сделать нужную оценку, оценка выполнена, но имеются неточности в рассуждениях 5-6 баллов.

Все необходимые рассуждения выполнены правильно и получен верный ответ – 7 баллов.

1. Треугольник АВС вписан в окружность. Найти угол между биссектрисой внешнего угла треугольника при вершине А и стороной АВ, если угол между стороной АВ и хордой, которая соединяет середины дуг, стягиваемых сторонами АВ и АС исходного треугольника равен 50°.

**Решение** ПустьMN – хорда, которая соединяет середины дуг, стягиваемых сторонами АВ и АС. Проведем АА1 – биссектрису внешнего угла треугольника при вершине А. Угол между хордами АВ и MN равен половине суммы градусных мер дуг ВМ и АN. Градусная мера дуги ВМ равна градусной мере угла С треугольника АВС. Аналогично градусная мера дуги АN равна градусной мере угла В треугольника АВС. Следовательно, угол между хордами АВ и MN равен половине суммы углов при вершинах С и В треугольника АВС, т.е. половине внешнего угла А треугольника АВС.

Ответ: 50°

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

Искомый угол выражен через углы треугольника - 1 балл.

Угол между хордами АВ и MN выражен через дуги ВМ и АN – 3 балла.

Полученные баллы суммируются.

Все необходимые рассуждения выполнены правильно и получен верный ответ, но имеются неточности в обосновании отдельных выводов - 5-6 баллов.

Все необходимые рассуждения и обоснования выполнены правильно и получен верный ответ – 7 баллов.

1. **класс**
2. Пусть натуральное число *x* делится на числа *n1, n2,…..,nk* (различные). Решите уравнение *n1+n2+…..+nk=x+7*.

**Решение**

Любое число делится на 1 и на самого себя, поэтому сумма делителей числа *x* равна *х+1+у.* Учитывая исходное уравнение, получаем, что *y=6*. 6=1+5, 6=2+4, 6=3+3, 6=1+2+3. Условию удовлетворяет только 6=2+4. Значит число *х* имеет ровно четыре делителя и *х=*8, и это единственное решение.

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

Если ответ найден подбором, есть поверка найденного корня, но нет обоснования, что корень единственный - 2 балла.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях, имеются неточности в рассуждениях и нет обоснования, что число *х* не имеет других делителей, кроме 1, 2, 4 и *х* – 4-5 баллов.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях с полным обоснованием, но имеются неточности в рассуждениях и – 6-7 баллов.

1. Имеется четыре кучки камней: в двух кучках по 10 камней, в третьей – 20 камней, а в четвертой – 30 камней. Играют двое. Ходы делают по очереди. За один ход игрок может взять любое количество камней из любой кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Как играть, чтобы выиграть?

**Решение**

Выигрывает первый игрок.

Выигрышная стратегия состоит в уравнивании камней в кучках.

Первый игрок первым своим ходом забирает 10 камней из кучки, в которой 30 камней.

Первый игрок мысленно объединяет кучки в пары: в кучках первой пары по 10 камней, в кучках второй пары – по 20 камней.

Второй игрок каждым своим ходом вынужден нарушать равенство в одной из пар. Первый игрок следующим своим ходом это равенство восстанавливает.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Только верный ответ и приведен пример игры – 0 баллов.

Записана идея об уравнивании камней в кучках, но дальнейшего продвижения нет – 2 балла.

Полное и обоснованное решение – 7 баллов.

1. Числовая последовательность задана следующей формулой

$a\_{1}=0, a\_{n+1}=\left\{\begin{array}{c}2a\_{n}, если n-четное.\\a\_{n}+2, если n-нечетное.\end{array}\right.$

Найдите $a\_{2025}$.

**Решение**

*1 способ.* $a\_{1}=0, a\_{2}=2,a\_{3}=4, a\_{4}=6, a\_{5}=12, a\_{6}=14, a\_{7}=28 и т. д.$

Элементы, имеющие нечетный номер можно задать формулой $2^{m}-4$, где m=2, 3, 4, 5…..

Значит элементу $a\_{2025}$ будет соответствовать номер m=1014.

 Ответ:$ 2^{1014}-4$.

*2 способ*. Выразим нечетные члены последовательности через предыдущие нечетные члены$.$

$$a\_{3}=(a\_{1}+2)\*2=2^{2}, $$

$$a\_{5}=\left(a\_{3}+2\right)\*2=2^{3}+2^{2},$$

$$a\_{7}=\left(a\_{5}+2\right)\*2=2^{4}+2^{3}+2^{2},$$

$$a\_{9}=\left(a\_{7}+2\right)\*2=2^{5}+2^{4}+2^{3}+2^{2},$$

…

$a\_{n}=2^{\frac{n+1}{2}}+2^{\frac{n+1}{2}-1}+…+2^{3}+2^{2},$ где *n* – нечетное.

Значит, $a\_{2025}=2^{1013}+2^{1012}+…+2^{3}+2^{2},$

что является суммой 1012 членов геометрической прогрессии с первым членом 4 и знаменателем 2, т.е. $a\_{2025}=2^{1014}-4$.

Ответ:$ 2^{1014}-4$.

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

При решении 1 способом: получена формула $2^{m}-4$ - 4 балла;

установлена связь между номерами элементов последовательности и *m* (или получена формула *n*-го члена последовательности) – 5 баллов.

При решении 2 способом получена формула $a\_{2025}=2^{1013}+2^{1012}+…+2^{3}+2^{2}$ без дальнейших продвижений – 4 балла

Ответ отличается от верного из-за арифметической ошибки– 6 баллов.

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.$ $

1. Существует ли параллелепипед $ABCDA\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$, у которого все 4 диагонали ($AC\_{1}$, $BD\_{1}$, $CA\_{1}$ и $DB\_{1}$) попарно перпендикулярны?

**Решение**

Пусть все эти диагонали попарно перпендикулярны.

1. $АСС\_{1}А\_{1}$параллелограмм, так как $АА\_{1}$ и $СС\_{1}$ равны и параллельны (боковые ребра параллелепипеда). В этом параллелограмме диагонали $AC\_{1}$ и $CA\_{1}$ перпендикулярны, значит $АСС\_{1}А\_{1}$ ромб. Поэтому $АС=АА\_{1}$.
2. $BDD\_{1}B\_{1}$параллелограмм, так как $BB\_{1}$ и $DD\_{1}$ равны и параллельны (боковые ребра параллелепипеда). В этом параллелограмме диагонали $BD\_{1}$ и $DB\_{1}$ перпендикулярны, значит $BDD\_{1}B\_{1}$ ромб. Поэтому $BD=BB\_{1}$.
3. Из выводов 1)-го и 2)-го пунктов следует, что $АС=BD$. А поскольку $ABCD$ параллелограмм (грань параллелепипеда), то $ABCD$ **– прямоугольник.**
4. $АBС\_{1}D\_{1}$параллелограмм, так как ребра $АB$ и $С\_{1}D\_{1}$ равны и параллельны. В этом параллелограмме диагонали $AC\_{1}$ и $BD\_{1}$ перпендикулярны, значит $АBС\_{1}D\_{1}$ ромб. Поэтому $АB=BС\_{1}$.
5. $CDA\_{1}B\_{1}$параллелограмм, так как ребра $CD$ и $A\_{1}B\_{1}$ равны и параллельны. В этом параллелограмме диагонали $CA\_{1}$ и $DB\_{1}$ перпендикулярны, значит $CDA\_{1}B\_{1}$ ромб. Поэтому $А\_{1}B\_{1}=CB\_{1}$.
6. Из выводов 4)-го и 5)-го пунктов следует, что $BС\_{1}=CB\_{1}$. А поскольку $ВСС\_{1}В\_{1}$ параллелограмм (грань параллелепипеда), то $ВСС\_{1}В\_{1}$ **– прямоугольник.**
7. $BCD\_{1}A\_{1}$параллелограмм, так как ребра $BC$ и $A\_{1}D\_{1}$ равны и параллельны. В этом параллелограмме диагонали $BD\_{1}$ и $CA\_{1}$ перпендикулярны, значит $BCD\_{1}A\_{1}$ ромб. Поэтому $BC=BA\_{1}$.
8. $ADC\_{1}B\_{1}$параллелограмм, так как ребра $AD$ и $B\_{1}C\_{1}$ равны и параллельны. В этом параллелограмме диагонали $AC\_{1}$ и $DB\_{1}$ перпендикулярны, значит $ADC\_{1}B\_{1}$ ромб. Поэтому $AD=AB\_{1}$.
9. Из выводов 7)-го и 8)-го пунктов следует, что $BA\_{1}=AB\_{1}$. А поскольку $ABB\_{1}A\_{1}$ параллелограмм (грань параллелепипеда), то $ABB\_{1}A\_{1}$ **– прямоугольник.**
10. Из выводов 3-го, 6-го и 9-го пунктов следует, что параллелепипед $ABCDA\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$ прямоугольный.
11. $АС=BD=АА\_{1}=a$(из пунктов 1 и 2). $АB=BС\_{1}=CB\_{1}=b$ (из пунктов 4 и 5). $BC=AB\_{1}=BA\_{1}=c$ (из пунктов 7 и 8). Для удобства ввели обозначения. Тогда, учитывая что параллелепипед $ABCDA\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$ прямоугольный, справедливы равенства

$$b^{2}+c^{2}=a^{2}$$

$$a^{2}+c^{2}=b^{2}$$

$$b^{2}+a^{2}=c^{2}$$

Сложим левые и правые части этих равенств и получим, что

$2×\left(a^{2}+b^{2}+c^{2}\right)=a^{2}+b^{2}+c^{2}$, что невозможно. Получили противоречие, значит предположение неверно, такого параллелепипеда не существует.

**Критерии оценивания**

Только верный ответ – 0 баллов.

Приведение примеров (в частности, показано, что у куба диагонали не попарно перпендикулярны) – 0 баллов.

Получено, что параллелепипед с попарно перпендикулярными диагоналями нужно искать среди прямоугольных параллелепипедов, но дальнейшего продвижения нет – 3 балла.

Задача решена верна и полностью – 7 баллов.

1. Решить в целых числах уравнение $1+x+x^{2}+x^{3}=2^{y}$.

**Решение**

$1+x+x^{2}+x^{3}=2^{y}$.

$\left(1+x\right)\left(1+x^{2}\right)=2^{y}, \left(1+x\right)=2^{с}, где с-целое неотрицательное число, \left(1+x^{2}\right)=2^{y-с}, $где $y-с принимает целые неотрицательные значения$

$ x=2^{с}-1, x^{2}=2^{2с}-2^{с+1}+1$,

с другой стороны, $x^{2}=2^{y-с}-1.$ Приравняем правые части: $ 2^{у-с}-2^{2с}+2^{с+1}=2.$

Рассмотрим разные значения с.

1. Пусть *с=0*, тогда *y=x=0*.
2. Пусть *с≠0,* поделим полученное равенство на 2.

$$ 2^{у-с-1}-2^{2с-1}+2^{с}=1,$$

$$ 2^{у-с-1}\left(1-2^{3с-у}+2^{2с-у+1}\right)=1, $$

$$\left\{\begin{array}{c} 2^{у-с-1}=1,\\1-2^{3с-у}+2^{2с-у+1} =1.\end{array}^{}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}у-с-1=0,\\2с-у+1=3с-у.\end{array}^{}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}с=1,\\у=2.\end{array}^{}\right.$$

Откуда получаем $х=1.$

Ответ:1) *y=x=*0, 2) *х=*1*, у=*2*.*

**Критерий оценивания**

Только ответ – 0 баллов.

Если обоснованно получен ответ *y=x=*0 (например, ответ найден подбором и выполнена проверка) – 2 балла.

Если обоснованно получен ответ *y=x=*0 (например, ответ найден подбором и выполнена проверка) и есть продвижения в преобразованиях, приводящих ко второму решению, но преобразования не выполнены до конца – 3-6 баллов (в зависимости от продвижения в решении).

Обоснованно получены все корни уравнения – 7 баллов.